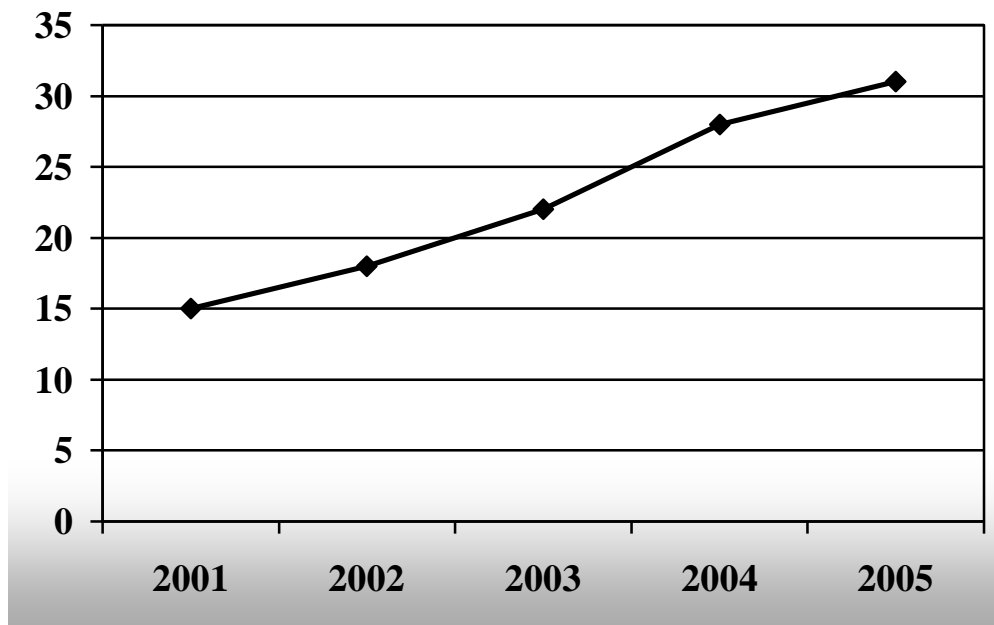


# ***APUNTES SOBRE SERIES HISTÓRICAS O CRONOLÓGICAS***

---



***Reyes Donis, José Luis***

# SERIES HISTORICAS O CRONOLÓGICAS

Llamadas también series de tiempo, se denomina serie de tiempo a un conjunto de observaciones obtenidas de una misma variable durante un período de tiempo. La importancia de su análisis es, porque contando con datos pasados permite realizar un pronóstico confiable de la actividad futura y tomar decisiones anticipadas. Las series pueden ser negativas o positivas en su comportamiento.

**Ejemplo:** Según su registros las ventas de una empresa son las siguientes:

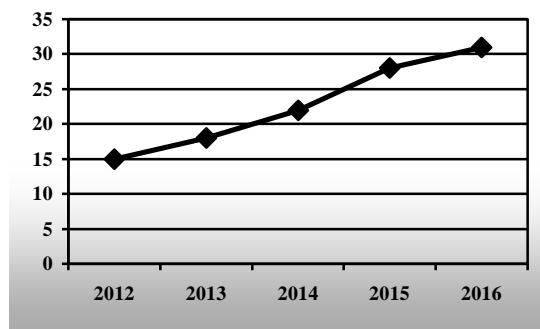
**Tabla 8 – 1**

Año	Ventas Q.
2012	15
2013	18
2014	22
2015	28
2016	31

**Tabla 8 - 2**

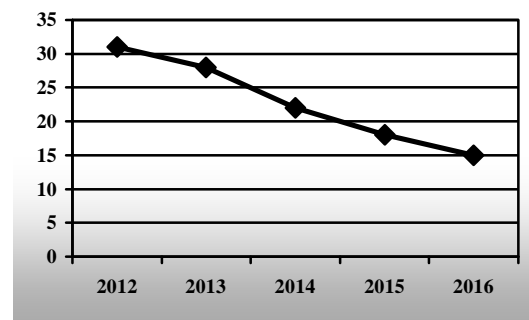
Año	Ventas Q
2012	31
2013	28
2014	22
2015	18
2016	15

**Gráfico 8 – 1**  
**Datos de la tabla 8-1**



**Tendencia positiva**

**Gráfico 8 - 2**  
**Datos tabla 8-2**



**Tendencia negativa**

Se observa en los gráficos la tendencia lineal, el gráfico 8-1 demuestra una tendencia positiva (Hacia arriba) y el 8-2 una tendencia negativa (Hacia abajo)

El tiempo puede medirse en años, meses, semestres, Etc. Existen 4 patrones de las series cronológicas, tendencia lineal, estacional, cíclicas e irregulares. La tendencia lineal se analizará en estos apuntes.

## 1. Tendencia lineal

La tendencia lineal es la que se puede señalar en una línea recta o curva suave, ésta puede ser ascendente o descendente. Para el ajuste de la lineal recta puede hacerse por el método de mínimos cuadrados, aplicando la ecuación de la línea recta:

$$Y = a + b X \quad \text{Fórmula 113}$$

Cuando sea usada para describir la tendencia es escrita así:  $Y_c = a + bX$

### Donde

$Y_c$  = Valores calculados o estimados de la variable "Y";  
 $a$  y  $b$  = Coeficientes de regresión,  $a$  = Origen,  $b$  = Pendiente  
 $X$  = Identifica al tiempo: años, semestres, meses etc.

Normalmente se mide el predictor "tiempo" en términos de semanas, meses, semestres, años. El tiempo constituye la variable  $X$ , a la que se le asigna valores estos varían según el método que se aplique, método largo o método corto, tomando en cuenta si la serie es impar o par así:

### 1.1 Serie impar (X en años)

Tabla 8 - 3

Método largo		Método corto	
Año	X en años	Año	X en años
1	0	1	- 2
2	1	2	- 1
3	2	3	0
4	3	4	1
5	4	5	2
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>XX</b>	<b>0</b>

Los valores de  $X$ , están a mediados de cada período en este caso años, así por el método largo al 30 de junio del año 1, el valor de  $X = 0$ , luego a mediados del año 2 se suma otro año = 1, para el año 3 se suma otro año  $X = 2$  y así sucesivamente.

Para el método corto, el año central al 30 de junio o el 01 de julio  $X = 0$ , luego a mediados del año 2 se suma otro año con signo negativo  $X = -1$ , luego a mediados del año 1 se suma otro año  $X = - 2$ , y así sucesivamente. Hacia delante la asignación de valores de  $X = 0$ , se suman años, año 4  $X = 1$ , Año 5  $X = 2$ , positivos.

## 1.2 Serie par

Tabla 8 - 4

Método largo		Método corto	
Año	X en años	Año	X en semestres
1	0	1	- 5
2	1	2	- 3
3	2	3	- 1
4	3	<b>Origen</b>	0
5	4	4	1
6	5	5	3
<b>Total</b>	<b>10</b>	6	5
		<b>XX</b>	<b>0</b>

Por el método largo X en años situando el origen en el primer período con X = 0, por el método corto X se identifica en semestres, iniciando al 31 de diciembre del año 3 o bien 01 de enero del año 4, éste es el origen que se identifica con X = 0.

Registrando los valores de X para los períodos anteriores al período base, del 31 de diciembre del año 3 para mediados del año 3, hay un semestre X = -1; de mediados del año 3 para mediados del año 2 hay dos semestres, entonces se suma dos semestres y X = -3, de igual manera es hacia los años siguientes al período base, únicamente que los valores de X son positivos.

Para encontrar los coeficientes a y b, de la ecuación de regresión, por el método largo, se utilizan las ecuaciones normales o fórmula directa:

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= na + b \Sigma X \\ \Sigma XY &= a \Sigma X + b \Sigma X^2 \end{aligned}$$

Fórmula 114

$$a = \frac{\Sigma X^2 \Sigma Y - \Sigma X \Sigma XY}{n \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

Fórmula 116

$$b = \frac{n \Sigma XY - \Sigma X)(\Sigma Y)}{n \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

Por el método abreviado estas ecuaciones se simplifican haciendo que la sumatoria de X sea igual a cero, y para encontrar los valores de “a” y “b” las ecuaciones quedan así:

$$a = \frac{\sum Y}{n} \quad y \quad b = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$

**Fórmula 115**

Estas ecuaciones simplificadas aplican únicamente para cuando la sumatoria de X es igual a cero, por lo que no se debe utilizar en regresión y correlación.

## 2. Ejemplo serie par

**Tabla 8 - 5**

Año	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Ventas Q Miles	4,450	4,630	4,850	4,910	5,240	5,400

### 2.1 Método largo

#### a) Ecuación de regresión

Aplicando el método largo, calcular la ecuación de tendencia con origen el 1 de julio de 2011. El valor de X en el origen debe ser 0, en este caso el primer año, y los demás años 1,2,3 etc. **Desde este momento el método a utilizar es el largo**, en virtud que la suma de la variable X no es cero. (Las estimaciones estarán a mediados de año) La ecuación buscada es  $Y_c = a + bX$ , siendo necesario determinar los valores de “a” y “b”. aplicando la fórmula 116:

estos cálculos se registran en la siguiente tabla en miles de Q.

**Tabla 8 - 6**

Años	X <sup>2</sup>	Ventas Y	X	XY
2011	0	4.450	0	0
2012	1	4.630	1	4.630
2013	4	4.850	2	9.700
2014	9	4.910	3	14.730
2015	16	5.240	4	20.960
2016	25	5.400	5	27.000
<b>TOTAL</b>	<b>55</b>	<b>29.480</b>	<b>15</b>	<b>77.020</b>

La ecuación requerida es:

$$Y_c = 4.44 + 0.19 X$$

X en años, con origen 01/07 de julio de 2011, tomar en cuenta que el origen está a mediados de año.

**b) Estimación**

Estimar la variable ventas, para el año 2017. Para el efecto se utiliza la ecuación de regresión encontrada, sustituyendo en X, el valor de 6 que le correspondería para el año requerido.

$$Y_c = 4.44 + 0.19 ( 6)$$

$Y_c = 5.58$  R. Se estima Q5.58 miles de venta para el año 2017.

**b) Cambio de origen a la ecuación y determinar una nueva ecuación**

Cambiar el origen de la ecuación para el año 2014, esto es modificar el valor del coeficiente de regresión “a”, el valor de “b” continua igual, y se obtiene una nueva ecuación. Se identifica el valor de X que le corresponde al origen requerido en el cuadro de cálculo, este valor 3 (Año 2014) el que se sustituye en la ecuación de regresión original:

$$Y_c = 4.4390478 + 0.19 ( 3);$$

Nueva ecuación:  $Y_c = 5.01 + 0.19$  con origen el 01 de julio de 2013, X en años.

Si se desea estimar con esta nueva ecuación las ventas para el mismo año 2017. Se tiene:  $Y_c = 5.01 + 0.19 ( 3 ) = Q5.58$  miles, el valor hallado debe ser el mismo al encontrado con la primera ecuación. Para la estimación se sustituyó X por 6, en virtud que ha cambiado el origen y para el año 2017 le correspondería 3.

**Tabla 8 - 7**

Año	Origen inicial X	Nuevo origen X
2011	0	3
2012	1	2
2013	2	1
2014	3	<b>0</b>
2015	4	1
2016	5	2

2017  $\longrightarrow$  3

## 2.2 Método corto o abreviado

Como se señaló para aplicar este método es necesario hacer que la suma de X (Variable tiempo) sea cero, la manera más sencilla es tomar un período en medio de la serie que la divida en dos partes iguales. La fórmula abreviada (No. 115)

$$a = \frac{\sum Y}{n} \quad \text{y} \quad b = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$

Las fórmulas requieren la sumatoria de Y, asignar valores a X haciendo que la suma sea cero, la sumatoria del producto de cada X por cada Y, y la sumatoria de cada X al cuadrado, cuyas columnas aparecen en la siguiente tabla.

**Tabla 8 –8**

Años	Ventas Y	X	XY	X <sup>2</sup>
2011	4.450	-5	-22.25	25
2012	4.630	-3	13.89	9
2013	4.850	-1	4.85	1
<b>Origen 31 de diciembre</b>		<b>0</b>		
2014	4.910	1	4.910	1
2015	5.240	3	15.72	9
2016	5.400	5	27.00	25
<b>TOTAL</b>	<b>29.480</b>	<b>0</b>	<b>6.64</b>	<b>70</b>

Sumatoria de X es igual a cero, el origen puede ser el 31 de diciembre del año 2013 o bien el 01 de enero del año 2014.

$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{29,480}{6} = 4.913 \quad \text{y} \quad b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{6.64}{70} = 0.0948571$$

La ecuación de regresión buscada es  $Y_c = 4.913 + 0.098571$

### Estimación con la ecuación

La estimación de las ventas para 2017, en este caso ventas quedaría así:

$$Y_c = 4.913 + 0.098571 ( 7 ) = 5.58 \text{ miles de Q.}$$

Cambio de origen, si se desea cambiar el origen al 01 de julio del año 2011, el valor de X de la ecuación debe sustituirse por – 5 que es el valor que le corresponde así:

$$Y_c = 4.913 + 0.098571 ( -5)$$

$Y_c = 4.913 - 0.492865 = Y_c = 4.420135 + 0.0949 X$  Nueva ecuación con origen el 1 de julio de 2011, X en semestres

Y al estimar para el año 2017 se tiene  $Y_c = 4.44 + 0.0499 (12) = 5.58$ , el valor estimado debe ser el mismo por cualquiera de los dos métodos no importa el origen que se tome.

El valor 12 para X en la estimación queda demostrado en la tabla:

**Tabla 8 - 9**

<b>Años</b>	<b>Ventas Y</b>	<b>Origen inicial X</b>	<b>Nuevo origen X</b>
2011	4,450	-5	0
2012	4,630	-3	2
2013	4,850	-1	4
<b>Origen 31 de diciembre</b>		<b>0</b>	
2014	4,910	1	6
2015	5,240	3	8
2016	5,400	5	10

X  $\xrightarrow{\hspace{10em}}$  12

Para el año 2017 con origen en el año 2011 ( X en semestres), X tomará el valor de 12.